



Análisis del Comportamiento de un Sistema Hidrotérmico de Generación

F. Fernandez¹, V. Zapata¹, A. Arce^{2,3}

¹ Universidad Católica “Nuestra señora de la Asunción” Campus de Alto Paraná, Paraguay.

² Universidad Nacional del Este -UNE, Paraguay.

³ Itaipu Binacional, Paraguay.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar un modelo de despacho de generación de un sistema hidrotérmico, minimizando el costo de producción y en este contexto realizar un análisis didáctico del régimen de operación y participación de cada una de las fuentes de generación.

Para el efecto se considera el sistema compuesto por dos centrales termoeléctricas y una hidroeléctrica. El despacho de generación de los sistemas termoeléctricos utiliza como criterio de desempeño el consumo de combustible y el costo asociado a este, diferente al caso de las hidroeléctricas que utilizan el agua para producir la energía eléctrica. Las termoeléctricas son representadas por las funciones de costo de producción, mientras que la hidroeléctrica es representada por una función que mide el caudal turbinado por cada unidad de potencia producida, llamada *función característica de la central hidroeléctrica*.

Como solución al problema fue implementado, en Matlab, un algoritmo de optimización para minimizar el costo total de producción, observando las restricciones de atendimento de la demanda, los límites de potencia máxima y mínima de las centrales, y la restricción de disponibilidad del recurso hídrico en la central hidroeléctrica.

Palabras clave

Despacho, sistemas hidrotérmicos, costo marginal, valor natural del agua.

1. INTRODUCCION

Las principales fuentes de generación eléctrica en los sistemas eléctricos de potencia, son las llamadas fuentes convencionales de generación, entre las cuales están termoeléctricas e hidroeléctricas. Aún con la fuerte penetración de las fuentes de generación no convencional, como las eólicas, fotovoltaica y otras, la participación de estas constituye apenas un porcentaje mínimo aún, en la mayoría de los países.

Fue confeccionado un modelo de despacho de generación de un sistema hidrotérmico, en el cual las centrales termoeléctricas son representadas por la función costo de producción, mientras que la hidroeléctrica es representada por una función que mide el caudal turbinado por cada unidad de potencia producida. Se consideran los límites de potencia máxima y mínima, bien como la restricción de meta de producción asociada a la disponibilidad del recurso hídrico, en el caso de la hidroeléctrica.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Para un sistema eléctrico de potencia con generación térmica e hidráulica, el despacho óptimo determina la participación de cada una de las centrales en el total de la generación, en cada periodo de tiempo, de modo que el costo operativo total sea mínimo, observando al mismo tiempo las restricciones de operación de las centrales y de meta de generación.

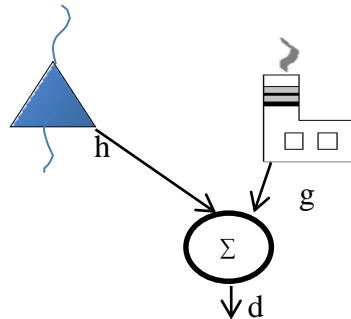


Figura 1 Sistema hidrotérmico

En este trabajo se destacan dos aspectos importantes que fueron adoptados como premisas en el abordaje del problema: la meta de generación y el nodo único en el cual están conectados tanto sistema de generación y carga. La meta de generación es una limitación muy frecuente en los sistemas de generación. En el caso de las termoeléctricas, las metas de generación normalmente están asociadas a los contratos de suministro de combustible, comúnmente denominado como *take or pay*. En el caso de las hidroeléctricas, la restricción de meta de producción está asociada a la disponibilidad del recurso hídrico, la cual consiste en asignar un volumen que el embalse debe alcanzar al final del periodo de operación, lo que avala existencia de reservas de agua para períodos siguientes.

Como criterio de desempeño es adoptada la *función costo de producción* de las termoeléctricas, la cual mide el costo asociado a nivel de producción y la *función característica* de la hidroeléctrica, la cual mide el consumo

de agua asociado a cada nivel de producción. Las figuras 2 y 3 muestran las funciones costo de producción y la función característica de las termoeléctricas e hidroeléctrica, respectivamente.

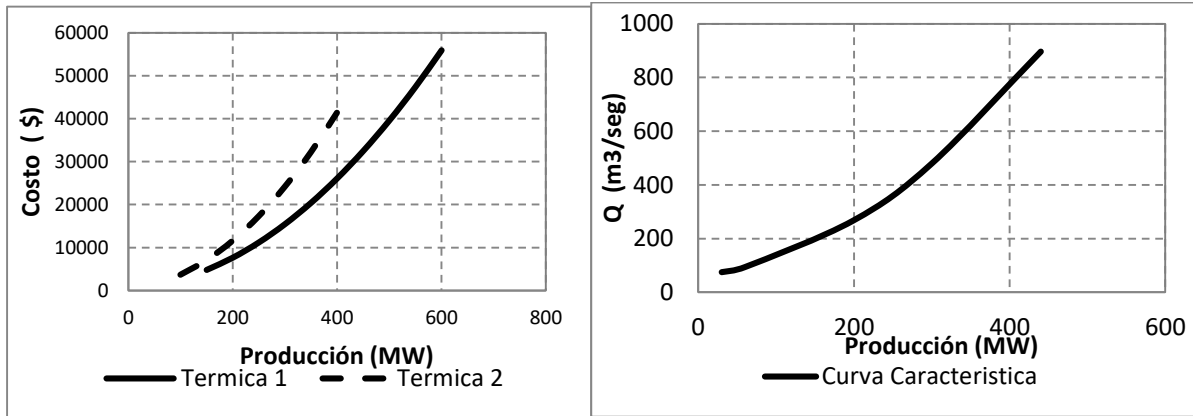


Figura 2 – Función Costo de Producción

Figura 3 – Función Característica

3. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Para abordar el problema, se considera el sistema hidrotérmico compuesto por dos unidades termoeléctricas y una hidroeléctrica que, juntas deberán atender al mínimo costo la demanda horaria por el periodo de 24 h, observando al mismo tiempo las restricciones de capacidad máxima y mínima de operación y la meta diaria de producción de la hidroeléctrica.

La formulación matemática del problema de despacho queda:

$$\text{Min} F_{HT} = \sum_{t=1}^{24} [\sum_{i=1}^2 F_{i,t}(P_{i,t}) + Q_t(P_{j,t})] \quad (2.1)$$

Sujeto a:

$$0 = P_{load,t} - \sum_{i=1}^2 (P_{i,t} + P_{j,t}) \quad \text{para } t = 1, \dots, 24 \quad (2.2)$$

$$0 = P_{meta,j} - \sum_{t=1}^{24} P_{j,t} \quad (2.3)$$

$$P_{i,min} \leq P_{i,t} \leq P_{i,max} \quad (2.4)$$

$$P_{j,min} \leq P_{j,t} \leq P_{j,max} \quad (2.5)$$

Las ecuaciones (2.1) a (2.5) constituyen la formulación matemática del problema de despacho hidrotérmico, en el cual se consideran dos centrales termoeléctricas y una central hidroeléctrica, con restricciones de capacidad máxima y mínima (2.4)-(2.5), de atendimento de la demanda (2.2), como también restricción de meta de producción (2.3).

4. MÉTODO DE SOLUCIÓN

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Las ecuaciones (2.1) a (2.5), caracterizan el problema como siendo no lineal convexa. Asociando la variable λ a la restricción de atendimento a la demanda, y γ a la restricción de atendimento de la meta de producción se tiene la siguiente función Lagrangeana.

$$L(P_i, P_j, \lambda, \gamma) = \sum_{t=1}^{24} [\sum_{i=1}^2 F_{i,t}(P_{i,t}) + Q_t(P_{j,t})] + \lambda \times (P_{load,t} - \sum_{i=1}^2 (P_{i,t} + P_{j,t})) + \gamma \times (P_{meta,j} - \sum_{t=1}^{24} Q(P_{j,t})) \quad (3.1)$$

El Lagrangeano de la ecuación (3.1) no considera los límites de capacidad máxima y mínima de las termoeléctricas e hidroeléctricas. El término $\sum_{t=1}^{24} Q_t(P_{j,t})$ es previamente definido, una constante, por lo que puede ser retirado del Lagrangeano. De esta manera el Lagrangeano queda en:

$$L(P_i, P_j, \lambda, \gamma) = \sum_{t=1}^{24} [\sum_{i=1}^2 F_{i,t}(P_{i,t})] + \lambda \times (P_{load,t} - \sum_{i=1}^2 (P_{i,t} + P_{j,t})) + \gamma \times (P_{meta,j} - \sum_{t=1}^{24} Q(P_{j,t})) \quad (3.2)$$

Para un dado intervalo de tiempo t las condiciones de soluciones óptimas son dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_j} = -\lambda - \gamma \times \frac{dQ_j}{dP_j} = 0 \quad (3.4)$$

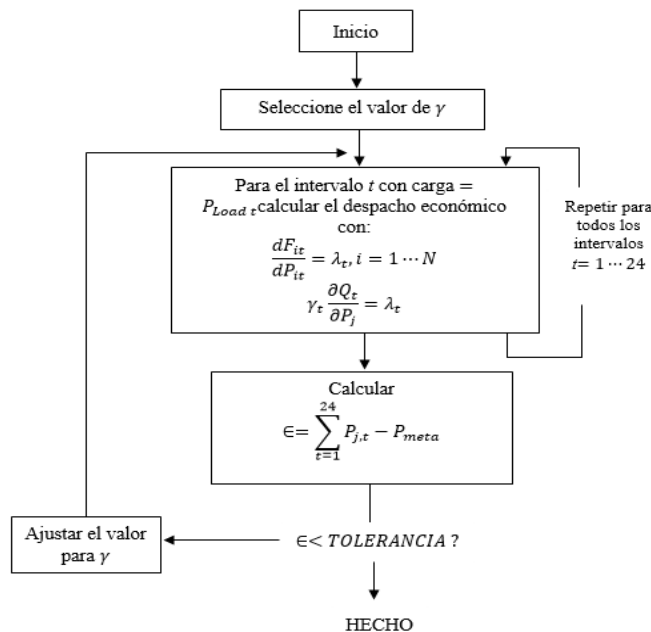


Figura 4 Diagrama de bloques del método iterativo.

Como método de solución se propone el algoritmo iterativo presentado en el diagrama de bloques de la **figura 4** con la adición de una rutina que permita ajustar la variable γ referente a la restricción de meta de generación [1].

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Como estudios de casos serán considerados el sistema de generación con las siguientes características:

Central Hidroeléctrica

Curva característica

$$Q1(P) = 61,8507 + 0,3119P_i + 0,0036P_i^2 \text{ [m}^3\text{/s].}$$

Limites Operacionales

Potencia Mínima = 30 MW;
Potencia Máxima = 440MW

Centrales Termoeléctricas

Curvas características

$$H1\left(\frac{\text{MBtu}}{\text{h}}\right) = 510,0 + 7,2P_1 + 0,142P_1^2$$

$$H2\left(\frac{\text{Mbtu}}{\text{h}}\right) = 310,0 + 7,85P_2 + 0,194P_2^2$$

Limites Operacionales

Unidad 1: Potencia Mínima = 150 MW;
Unidad 1: Potencia Máxima = 600MW
Unidad 2: Potencia Mínima = 100 MW
Unidad 2: Potencia Máxima = 400 MW;

Costo de combustible

Unidad 1: Costo de combustible = 1,1 \$/Mbtu
Unidad 2: Costo de combustible = 1,0 \$/Mbtu

La serie de demanda horaria por el periodo de 24 horas es dada en la **Tabla I**, en anexo, y mostrada en la **Figura 5**.

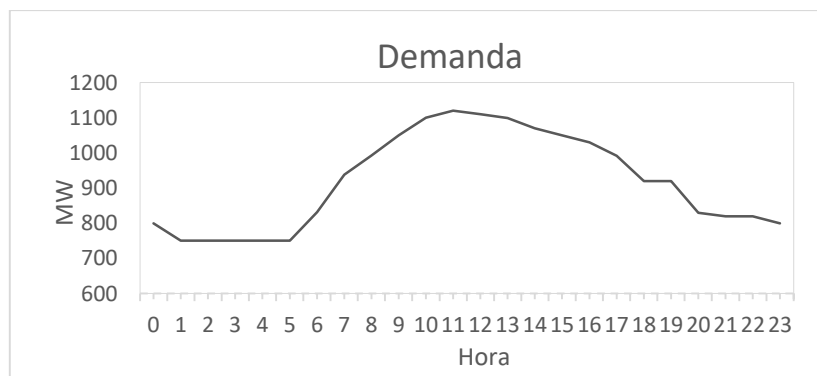


Figura 5 - Demanda

Serán considerados dos escenarios:

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Escenario 1 – La hidroeléctrica operando como central de pasada, y

Escenario 2 – La hidroeléctrica participa en la optimización del despacho de generación, tomando como meta de producción igual al total de la producción del Escenario 1.

En anexo, son mostrados los resultados para los **Escenarios 1 y 2**, en las **Tabla II, III y IV**. Las mismas contienen los valores del despacho de generación de las termoeléctricas 1 y 2, de la hidroeléctrica, los costos marginales de las termoeléctricas 1 y 2, la productividad de la hidroeléctrica y el costo de producción.

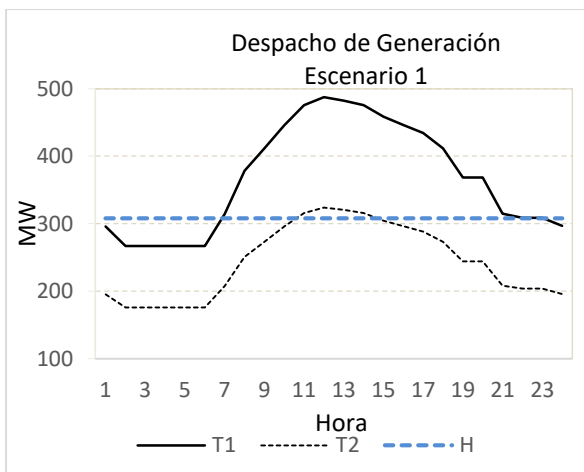


Figura 6 – Generación Escenario 1

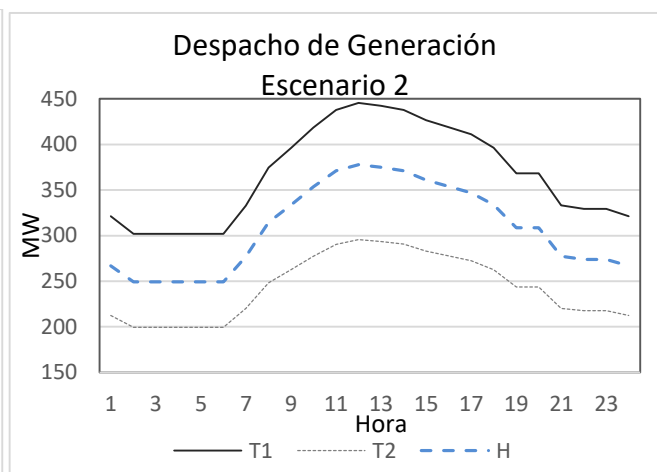


Figura 7 – Generación Escenario 2

Las figuras 6 y 7 muestran el comportamiento del despacho de generación de las termoeléctricas e hidroeléctrica en los escenarios 1 y 2. Se puede observar, en el Escenario 2 que el nivel de generación de las termoeléctricas en el periodo de mayor demanda, tiene una acentuada disminución gracias al aumento de la generación hidroeléctrica en este periodo.

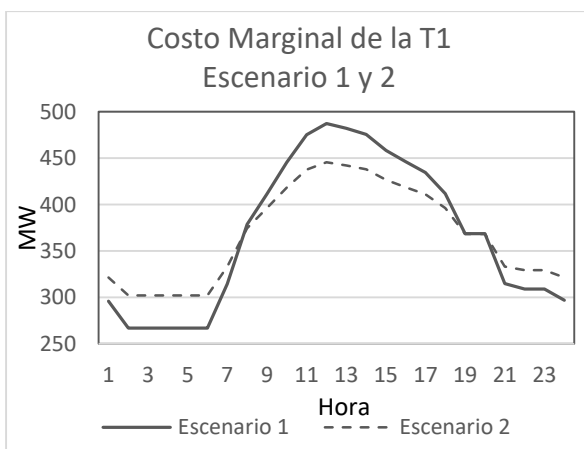


Figura 8 – Costo Marginal Termoeléctrica 1.

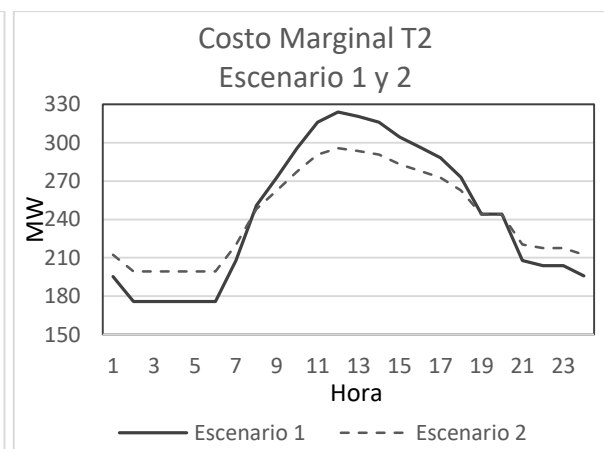


Figura 9 – Costo Marginal Termoeléctrica 2.

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Las figuras 8 y 9 muestran el comportamiento del costo marginal de las termoeléctricas en los Escenarios 1 y 2. Se puede notar una importante disminución de las variaciones del costo marginal en el Escenario 2, cuando la hidroeléctrica participa en la minimización del costo. Este comportamiento se da aun cuando el total de generación hidroeléctrica es el mismo tanto en el Escenario 1 como en el Escenario 2.

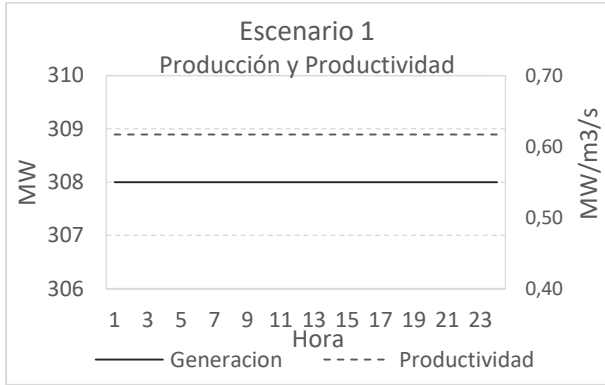


Figura 10–Productividad-Escenario 1.

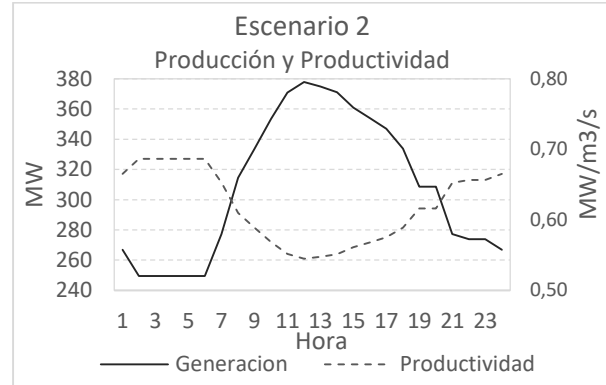


Figura 11–Productividad-Escenario2.

Las figuras 10 y 11, muestran la producción y la productividad hidroeléctrica en los Escenarios 1 y 2, respectivamente. La productividad se obtiene de la siguiente relación: $productividad = \delta = \frac{1}{Q(P)}$.

Se observa un comportamiento complementario entre la productividad y la producción, principalmente en el periodo de mayor demanda, cuando la hidroeléctrica aumenta su participación en el atendimento de la demanda, la productividad muestra una importante disminución.

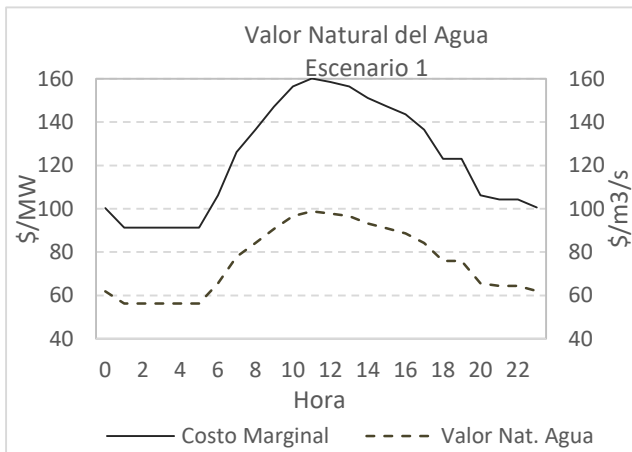


Figura 12- Valor Nat. Agua – Escenario1.

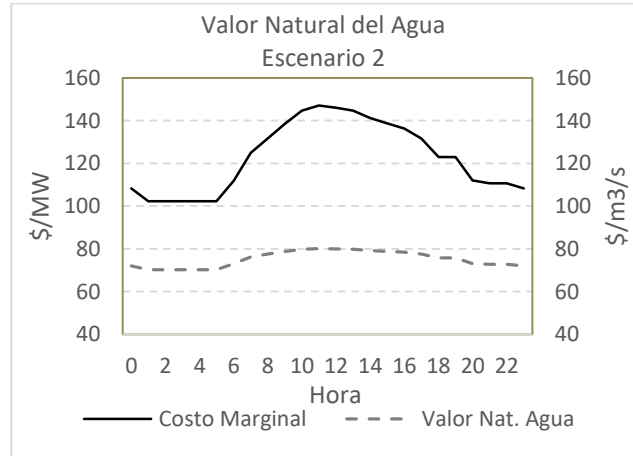


Figura 13 – Valor Nat. Agua – Escenario 2.

El Valor Natural del Agua es definido por el producto de la productividad de la hidroeléctrica y el costo marginal del sistema, $V. N. A = \delta \times \lambda$, el cual indica, cuanto de la generación termoeléctrica es substituida por cada unidad de medida del caudal turbinado [2].

Las figuras 12 y 13 muestran el comportamiento del V.N.A en los dos escenarios. Se puede observar que el Valor Natral del Agua, en el Escenario 1, acompaña las variaciones del Costo Marginal. En el Escenario 2, con la participación de la hidroeléctrica en el proceso de optimización, se observa una tendencia de disminuir estas variaciones, en la búsqueda de la minimización del costo de la producción.

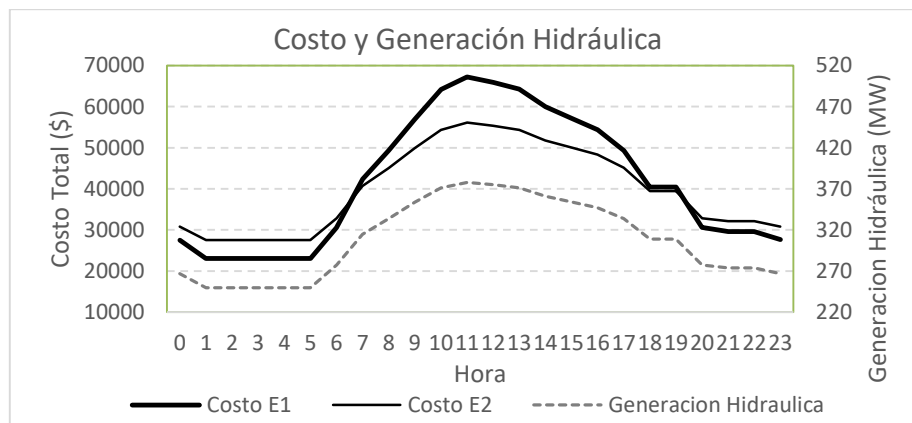


Figura 16 – Costo y generación hidráulico.

La figura 16, muestra la evolución del costo en los Escenario 1, 2 y la generación hidroeléctrica. Se puede observar que el costo observado en el Escenario 2, disminuye en la medida que la generación hidroeléctrica aumenta, justamente en el periodo de mayor demanda.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo fue tratado el problema de despacho de un sistema hidrotérmico de generación. Para el efecto fue presentada la formulación matemática y aplicado un método de solución basado en el método de Lagrange. Los resultados obtenidos muestran que la generación hidroeléctrica juega un papel importante en la minimización del costo de producción, a través de la equalización en el tiempo del costo marginal de la generación termoeléctrica. El aumento de la generación hidroeléctrica ocurre en el periodo de mayor demanda, reduciendo el costo marginal de las termoeléctricas. En este caso, el costo total pasa de 1.002.625 para 958.759 (\$), que representa una reducción del orden de 4 %.

7. BIBLIOGRAFIA

[1] A.J. Wood y B.F. Wollenberg, “Economic Dispatch of Thermal Units and Methods of Solution”, en *Power Generation, Operation, and Control*, 2^{da} ed. Nueva York, US: John Wiley & Sons, 1996.

[2] E.G. Read, “Economic Principles of Reservoir Operation I: Perfect Foresight”, CBER Working Paper, University of Tennessee, 1981.



XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Tabla I: Demanda horaria dentro de las 24hs

Hora	Demanda [MW]	Hora	Demanda [MW]	Hora	Demanda [MW]	Hora	Demanda [MW]
00	800	06	831	12	1.100	18	920
01	750	07	938	13	1.099	19	920
02	750	08	993	14	1.070	20	830
03	750	09	1.050	15	1.050	21	820
04	750	10	1.100	16	1.030	22	820
05	750	11	1.120	17	992	23	800

Tabla II- Resultados Escenario I

Hora	Demanda (MW)	T1 (MW)	T2 (MW)	H (MW)	dQ/DP (m3/s/MW)	Productividad (MW/m3/s)	Costo Marg. (\$/MW)	Val.Marg. (\$/m3/s)
0	800	295,95	195,35	308	2,53	0,62	100,37	39,69
1	750	266,86	175,83	308	2,53	0,62	91,28	36,10
2	750	266,86	175,83	308	2,53	0,62	91,28	36,10
3	750	266,86	175,83	308	2,53	0,62	91,28	36,10
4	750	266,86	175,83	308	2,53	0,62	91,28	36,10
5	750	266,86	175,83	308	2,53	0,62	91,28	36,10
6	831	314,50	207,79	308	2,53	0,62	106,17	41,99
7	938	378,53	250,76	308	2,53	0,62	126,17	49,90
8	993	411,45	272,84	308	2,53	0,62	136,45	53,96
9	1050	445,56	295,73	308	2,53	0,62	147,11	58,18
10	1100	475,48	315,81	308	2,53	0,62	156,46	61,88
11	1120	487,45	323,84	308	2,53	0,62	160,20	63,36
12	1110	482,30	320,38	308	2,53	0,62	158,59	62,72
13	1099	475,72	315,97	308	2,53	0,62	156,53	61,90
14	1070	458,37	304,32	308	2,53	0,62	151,11	59,76
15	1050	446,40	296,29	308	2,53	0,62	147,37	58,28
16	1030	434,43	288,26	308	2,53	0,62	143,63	56,80
17	992	411,69	273,00	308	2,53	0,62	136,53	53,99
18	920	368,60	244,09	308	2,53	0,62	123,07	48,67
19	920	368,60	244,09	308	2,53	0,62	123,07	48,67
20	830	314,74	207,95	308	2,53	0,62	106,24	42,02
21	820	308,75	203,94	308	2,53	0,62	104,37	41,28
22	820	308,75	203,94	308	2,53	0,62	104,37	41,28
23	800	296,78	195,91	308	2,53	0,62	100,63	39,80



Comité Nacional Paraguayo

Unión de Ingenieros de ANDE

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Tabla III – Resultados Escenario II

Hora	Demanda (MW)	T1 (MW)	T2 (MW)	H (MW)	dQ/DP (m3/s/MW)	Productividad (MW/m3/s)	Costo Marg. (\$/MW)	Val.Marg. (\$/m3/s)
0	800	321,4	212,42	266,86	2,23	0,67	108,32	48,52
1	750	301,91	199,35	249,42	2,11	0,69	102,23	48,52
2	750	301,91	199,35	249,42	2,11	0,69	102,23	48,52
3	750	301,91	199,35	249,42	2,11	0,69	102,23	48,52
4	750	301,91	199,35	249,42	2,11	0,69	102,23	48,52
5	750	301,91	199,35	249,42	2,11	0,69	102,23	48,52
6	831	332,94	220,17	277,18	2,31	0,65	111,93	48,52
7	938	374,65	248,15	314,49	2,58	0,61	124,96	48,52
8	993	396,09	262,54	333,66	2,71	0,59	131,65	48,52
9	1050	418,31	277,45	353,54	2,86	0,57	138,6	48,52
10	1100	437,8	290,52	370,97	2,98	0,55	144,68	48,52
11	1120	445,59	295,75	377,94	3,03	0,54	147,12	48,52
12	1110	442,24	293,5	374,94	3,01	0,55	146,07	48,52
13	1099	437,95	290,62	371,11	2,98	0,55	144,73	48,52
14	1070	426,65	283,04	361	2,91	0,56	141,2	48,52
15	1050	418,85	277,81	354,02	2,86	0,57	138,77	48,52
16	1030	411,05	272,58	347,05	2,81	0,58	136,33	48,52
17	992	396,24	262,64	333,8	2,71	0,59	131,7	48,52
18	920	368,18	243,81	308,69	2,53	0,62	122,93	48,52
19	920	368,18	243,81	308,69	2,53	0,62	122,93	48,52
20	830	333,1	220,27	277,32	2,31	0,65	111,98	48,52
21	820	329,2	217,66	273,83	2,28	0,66	110,76	48,52
22	820	329,2	217,66	273,83	2,28	0,66	110,76	48,52
23	800	321,4	212,43	266,86	2,23	0,67	108,32	48,52



Comité Nacional Paraguayo

Unión de Ingenieros de ANDE

XIII SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
06 y 07 de Setiembre de 2018

Tabla IV – Resultados en términos de Costos.

Hora	Demanda (MW)	CostoT1 (\$)	CostoT2 (\$)	Consumo (m3/s)	Costo Total E1 (\$)	CostoT1 (\$)	Costo T2 (\$)	Consumo (m3/s)	Costo Total E2 (\$)
0	800	15078	11096	499,42	27473,42	17492	12877	401,45	30770,45
1	750	12543	9225	499,42	23018,42	15627	11501	363,6	27491,6
2	750	12543	9225	499,42	23019,42	15627	11501	363,6	27491,6
3	750	12543	9225	499,42	23020,42	15627	11501	363,6	27491,6
4	750	12543	9225	499,42	23021,42	15627	11501	363,6	27491,6
5	750	12543	9225	499,42	23022,42	15627	11501	363,6	27491,6
6	831	16819	12380	499,42	30535,42	18647	13730	424,88	32801,88
7	938	23581	17372	499,42	42397,42	23138	17045	515,99	40698,99
8	993	27511	20272	499,42	49283,42	25639	18891	566,7	45096,7
9	1050	31908	23517	499,42	56983,42	28369	20906	622,08	49897,08
10	1100	36036	26565	499,42	64210,42	30879	22757	672,98	54308,98
11	1120	37759	27836	499,42	67225,42	31912	23520	693,94	56125,94
12	1110	37013	27285	499,42	65919,42	31465	23190	684,88	55339,88
13	1099	36071	26590	499,42	64272,42	30898	22771	673,4	54342,4
14	1070	33644	24798	499,42	60025,42	29430	21688	643,6	51761,6
15	1050	32020	23600	499,42	57184,42	28437	20956	623,45	50016,45
16	1030	30437	22431	499,42	54413,42	27462	20236	603,69	48301,69
17	992	27541	20294	499,42	49343,42	25657	18904	567,08	45128,08
18	920	22456	16541	499,42	40434,42	22409	16507	501,17	39417,17
19	920	22456	16541	499,42	40435,42	22409	16507	501,17	39417,17
20	830	16842	12397	499,42	30588,42	18664	13742	425,2	32831,2
21	820	16269	11975	499,42	29584,42	18269	13451	417,19	32137,19
22	820	16269	11975	499,42	29585,42	18269	13451	417,19	32137,19
23	800	15153	11152	499,42	27627,42	17492	12878	401,45	30771,45